# Алгоритмические головоломки

А. К. ДЬЮДНИ

ГОРОДА Задаченск и Решенск отстоят друг от друга на 100 км. Как-то погожим июньским днем в полдень из этих городов выходят навстречу друг другу два поезда, причем каждый движется со скоростью 50 км в час. В тот же момент пчела, уютно пристроившаяся на головной фаре поезда в Задаченске, вылетает в направлении Решенска и летит вдоль железнодорожного пути со скоростью 90 км в час. Встретившись с поездом, идущим из Решенска, пчела резко разворачивается и летит обратно все с той же скоростью 90 км в час. Встретившись с поездом, идущим из Задаченска, она опять разворачивается и летит в противоположном направлении. Таким образом пчела снует между поездами до тех пор, пока они не встретятся. Какова будет полная длина пути, проделанного пчелой? Ответ к этой известной задачке, который будет дан в конце статьи, короткий. Это просто число.

Однако существуют задачи и другого рода, которые можно назвать алгоритмическими головоломками, и ответы к ним выглядят намного сложнее. Решить такую задачу — значит указать последовательность процедур, позволяющих прийти к желаемому результату. Другими словами, ответ представляет собой алгоритм. В литературе, посвященной головоломкам, приводится немало подобных задач. К числу известных относится, например, задача о том, как разделить жидкость в сосуде на три равные части посредством последовательности переливаний с использованием других сосудов определенной емкости или как можно без потерь с помощью одной лодки переправить на другой берег реки волка, козла и капусту. К этому же классу относится и задача о том, каким образом можно определить фальшивую монету (отличающуюся по массе) в кучке монет посредством последовательности взвешиваний на рычажных весах.

Различие в ответах на обычную задачу и алгоритмическую головоломку проще всего пояснить на конкретном примере. Начав с железнодорожных путей, пойдем по ним и дальше, продолжая тему первого примера. Допустим теперь, что поезда, движущиеся навстречу друг другу, при встрече не сталкиваются, а вовремя притормаживают. С шипением и грохотом они останавливаются друг перед другом. (При этом мне почему-то представляются два огромных старинных паровоза.) Между поездами лежит короткий отрезок железнодорожного полотна и маленькое боковое ответвление, длина которого позволяет разместить лишь один вагон или локомотив (см. верхний рисунок на с. 85). Очевидно, кто-то сделал серьезную ошибку при составлении расписания. Единственный способ выйти из затруднения и разминуться заключается в том, чтобы машинисты каким-то образом воспользовались боковым путем. В этой задаче так же, как и в последующих, мы будем предполагать, что каждый вагон и каждый локомотив с обеих сторон имеют устройство сцепления. Кроме того, на каждом поезде есть сцепщик, который, бегая по путям, может сцеплять и отцеплять вагоны.

Вытирая пот с лица красным в горошек носовым платком, машинист поезда, следующего из Задаченска, восклицает: «Я не знаю, как мы сможем пропустить друг друга. У нас есть только вон то небольшое ответвление». Машинист из Решенска настроен более оптимистично. Он излагает план, следуя которому поезда могут разминуться. Возможно ли это? Прежде чем читать дальше, давайте взглянем на рисунок. Для конкретности на нем изображены два поезда, каждый из пяти вагонов. В общей формулировке этой алгоритмической головоломки поезда имеют по $n$ вагонов.

Подходя к решению этой сравнительно простой задачи, читатель, наверно, будет говорить себе под нос: «Так, посмотрим... А почему бы не провести состав из Задаченска по боковому пути по одному вагону? Поезд из Решенска мог бы сновать как челнок взад и вперед, затаскивая каждый раз новый вагон задаченского поезда на боковой путь, затем, проезжая мимо него по основному пути на всю свою длину и прицепляя его с другой стороны, чтобы вывести с бокового пути перед тем, как вернуться за следующим вагоном».

Такое описание может послужить отправной точкой для построения ответа к алгоритмической головоломке, но его нужно сделать более ясным и четким. Воспользуемся для этого алгоритмической системой записи, введя некоторые вспомогательные обозначения. При решении задачи можно выделить четыре участка железнодорожного полотна: участок от Задаченска до бокового пути (обозначим его $A$); отрезок основного пути между стрелками, соединяющими его с боковым путем ($B$); сам боковой путь ($B'$) и участок от бокового пути до Решенска ($C$). Такая команда, как «Вперед к $A$», означает, что поезд из Решенска, состоящий из локомотива и вагонов, прицепленных к нему на данный момент, продвигается вперед до тех пор, пока полностью не окажется на участке пути $A$.

Напомним, что у каждого поезда по $n$ вагонов. Локомотив задаченского поезда обозначим через $P1$, а его вагоны пронумеруем как $P2, P3$ и т. д. Команда «Прицепить $Pk$» означает, что к данному моменту решенский поезд находится вплотную к $k$-му элементу задаченского поезда; состав из Решенска мягко подкатывается к вагону $Pk$ и сцепляется с ним. Те из вас, кто когда-нибудь жил вблизи железнодорожной станции, наверное, хорошо помнят очень характерный, ни на что другое не похожий звук, которым сопровождается сцепка вагонов.

Теперь можно записать алгоритм решения:

```
расцепить поезд P
  for k = 1 to n + 1
    вперед к A
    прицепить Pk
    назад к C
    вперед к B'
    отцепить Pk
    назад к C
    вперед к A
    назад к B'
    прицепить Pk
    назад к C
    отцепить Pk
сцепить поезд P
```

Сначала поезд из Задаченска расцепляется на отдельные вагоны и мы имеем $n$ вагонов и локомотив. Затем в алгоритме начинается цикл из 11 шагов. Всю работу выполняет поезд из Решенска. Ни разу не отцепив ни одного из своих вагонов, он сначала проходит вперед на участок $A$, где сцепляется с первым элементом ($k = 1$) задаченского состава, т. е. с локомотивом. Он буксирует локомотив назад к участку $C$ и после перевода стрелок загоняет его на боковой путь $B'$, здесь локомотив отцепляется. Затем

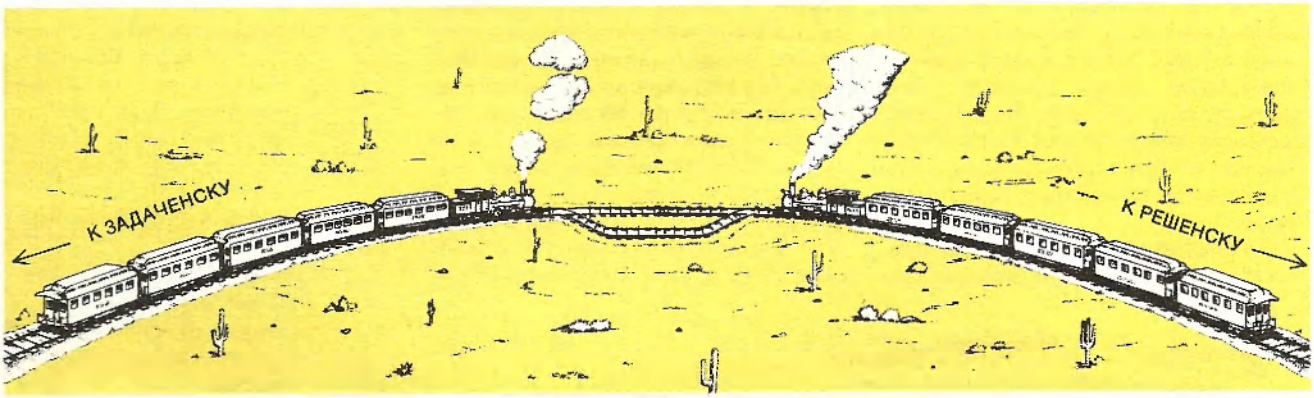
состав из Решенска снова возвращается на участок $C$, стрелки переводятся, и он идет вперед к участку $A$. После этого он возвращается, проходит на боковой путь, снова прицепляется к оставленному там локомотиву задаченского состава и буксирует его на участок $C$, где отцепляет и оставляет его. Ту же последовательность шагов поезд выполняет для каждого из оставшихся вагонов задаченского состава. Когда главный цикл завершен, все вагоны задаченского поезда оказываются на участке дороги между решенским составом и Решенском. Теперь, как только поезд придет в себя от утомительных алгоритмических процедур, он запыхтит и тронется в направлении к Решенску.

Еще одна алгоритмическая головоломка возникает, когда поезд из Задаченска, завершая свое путешествие, подъезжает к Решенску. Машинист, глядя на пробегающие мимо него пригороды, вдруг с ужасом вспоминает, что забыл взять с собой пакетик с бутербродами. Делать нечего, придется возвращаться обратно. Он нажимает на тормоза, и постепенно тяжелый состав из $n$ вагонов останавливается. Пятиться всю дорогу до Задаченска не очень-то удобно. К счастью, машинист замечает справа небольшое боковое ответвление — тупик. Его длина достаточна лишь для одного вагона, у разветвления есть управляющие стрелки. Вдохновленный алгоритмическим достижением машиниста из Решенска, наш скромный герой тоже хочет попробовать свои силы.

Прежде всего машинист задаченского состава рисует на клочке бумаги схему пути (см. нижний рисунок). Затем он расписывает алгоритм и тщательно проверяет его, водя пальцем по бумаге то туда, то сюда и бормоча что-то себе под нос. После проверки алгоритма он начинает длительную серию отцеплений, буксировок и сцеплений, пока это все не заканчивается тем, что поезд оказывается полностью развернутым в обратном направлении. Причем не только порядок, в котором следовали локомотив и вагоны, сохранился, но и сами вагоны и локомотив оказались повернутыми в обратном направлении. Каким образом машинист проделал этот маневр? Лучшие решения читателей будут опубликованы в одном из следующих номеров журнала. Под словом «лучшее» подразумевается наиболее ясное и наиболее остроумное решение. Эта задача не так бесхитростна, как может показаться на первый взгляд.

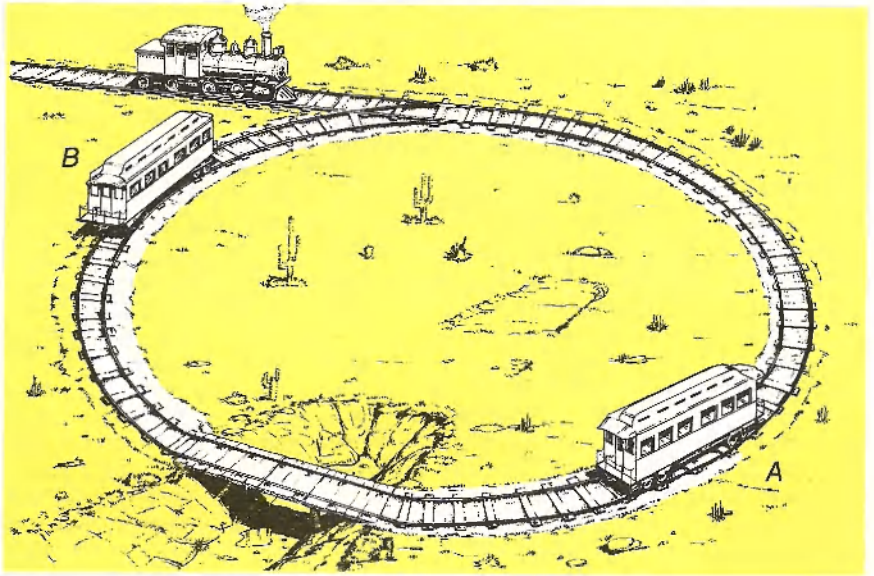
Уже на пути в Задаченск машинист понял, что решение задачи потребовало очень больших энергетических затрат. Угольный тендер паровоза оказался почти пустым. Количество работы, затраченной во время маневров поезда, было пропорционально $n^2$. В самом деле, если измерять массу в количестве вагонов, а расстояние в их длине, то работа будет пропорциональна числу вагонов $n$ и расстоянию $n$. Только теперь, по пути домой, машинист задаченского поезда подумал о том, что, возможно, существует более эффективное решение. Давайте подумаем тоже, возможно ли развернуть состав за меньшее число шагов, скажем, порядка $n^{3/2}$ или даже $n \log n$?

Чтобы еще лучше потренировать однорельсовые умы в искусстве алгоритмических головоломок, вот еще одна маленькая задачка. Локомотив без вагонов приближается к поворотному кругу, на котором стоят два пустых вагона. Между вагонами расположен небольшой железнодорожный мост, прочность которого позволяет




*Каким образом могут разминуться поезда?*

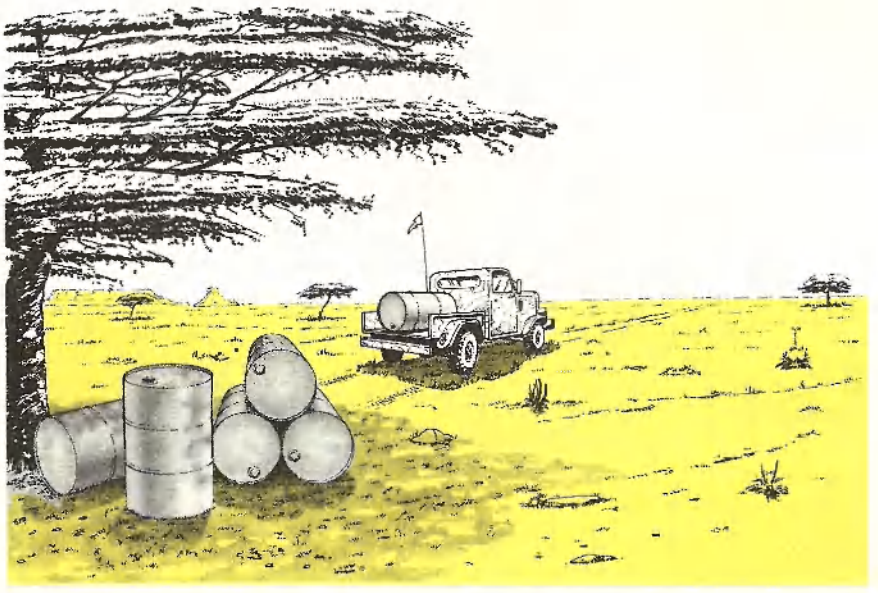
*Как поезд может развернуться, чтобы машинист вернулся в город, откуда прибыл?*




*Локомотив должен поменять вагоны местами, не пересекая опасного моста*

выдержать один вагон, но локомотива он уже не выдержит (см. верхний рисунок). Машинист локомотива должен развернуть вагоны так, чтобы они поменялись местами. Как и в предыдущих задачах, все сцепления и расцепления должны производиться только в неподвижном состоянии. Длина моста не превышает длины одного вагона. Завершив свою работу, локомотив должен покинуть поворотный круг. Решение задачи представляет собой простой алгоритм без циклов. С этим алгоритмом читатели ознакомятся в очередном номере журнала.

Со следующими двумя алгоритмическими головоломками я не был знаком раньше. Они продолжают транспортную тему, начатую в задачах о поездах, однако переводят наши исследования на более высокую ступень — теперь мы будем заниматься грузовиками. Задачи этой серии я буду называть задачами разведчика пустыни. В первой задаче патрульный автомобиль разведчика пустыни имеет бак, вмещающий 10 галлонов бензина. Бак автомобиля заполняется из цистерн емкостью 50 галлонов. Несколько таких цистерн хранятся на складе. Если автомобиль может везти в качестве груза одну цистерну с бензином и если он затрачивает 1 галлон горючего на 10 миль пути независимо от того, везет он с собой цистерну или нет, то каково максимальное расстояние, на которое он может удалиться от базы, прежде чем у него иссякнет горючее? Ответ, конечно, зависит от количества цистерн с бензином, хранящихся на базе. Как и во всех алгоритмических головоломках, предположим, что число цистерн на базе равно $n$.



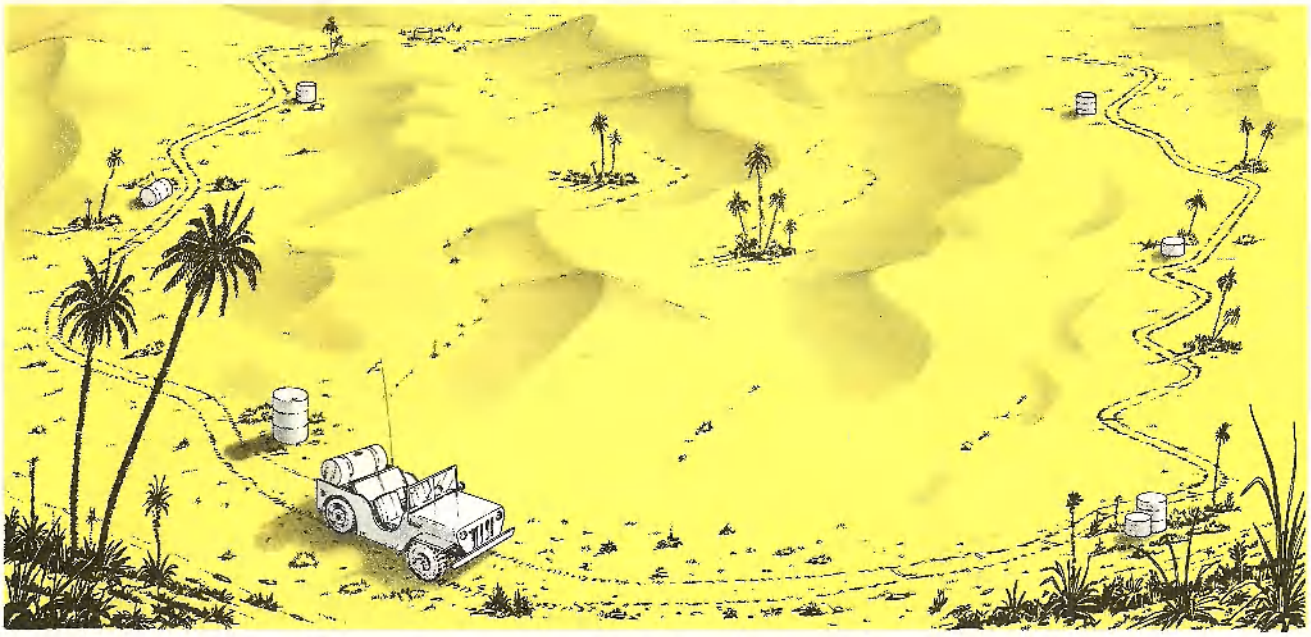
*На какое максимальное расстояние сможет уехать грузовик, располагая n цистернами с горючим?*

Если $n = 1$, то ответ получить несложно. Автомобиль заправляет свой бак из единственной цистерны, грузит ее в кузов и отправляется в путь под жарким солнцем пустыни. Заправляясь при необходимости из цистерны, автомобиль, очевидно, пройдет 500 миль, прежде чем горючее будет полностью исчерпано. А как далеко он сможет уехать на двух цистернах? Поскольку автомобиль может везти с собой лишь одну цистерну, то, очевидно, он отвезет первую цистерну на какое-то расстояние в пустыню, заправится из нее, если это необходимо, а затем вернется на базу за второй. Вторую цистерну разведчик повезет по той же дороге. Он может остановиться для заправки, а может и не останавливаться у первой, оставленной им в пустыне цистерны, прежде чем продолжить свое путешествие. Как далеко он сможет уехать, совершая такие челночные перемещения между пунктами, в которых он оставляет запасы горючего? Внезапно задача перестает казаться тривиальной.

Приведем короткий алгоритм, позволяющий патрульному автомобилю проехать путь длиной 600 миль:

заправить бак и погрузить первую цистерну
вперед 100 миль
снять цистерну и заправиться
назад на базу за второй цистерной
заправиться и погрузить цистерну
вперед 100 миль
заправиться из первой цистерны
вперед 100 миль
снять цистерну и заправиться
назад к первой цистерне
заправиться и погрузить цистерну
вперед 100 миль

На этой стадии алгоритма автомобиль удалился от базы на 200 миль. У него две цистерны: в одной осталось 10 галонов, а в другой — 30 галлонов бензина. Поездка предолжается после того, как водитель заправляет машину из первой цистерны (оставляя ее пустой), погружает в кузов вторую цистерну и уезжает, скрываясь за барханами. Таким образом, он сможет проехать еще 400 миль, прежде чем у него кончится горючее. Полное расстояние от базы составит 600 миль. Поскольку увеличение расстояния по сравнению с первым случаем, когда



*Откуда должна начать путешествие машина, чтобы успешно объехать весь маршрут?*

на базе была лишь одна цистерна, составляет всего 100 миль, у читателя, наверное, возникнет справедливое подозрение, что существует лучший алгоритм решения этой задачи. Действительно, можно добиться лучшего результата.

Ну а как далеко сможет уехать разведчик пустыни, если на базе имеется $n$ цистерн с бензином? Как и во всех алгоритмических головоломках, простой численный ответ или даже формула не годятся. Требуется составить алгоритм, дающий тот или иной ответ.

В другой части громадной песчаной территории проходит патрульный маршрут противника, объезжаемый им другим способом. В произвольных пунктах замкнутого маршрута самолет сбрасывает $n$ цистерн с горючим. В каждой цистерне содержится определенное количество бензина, однако это количество может варьировать в значительных пределах от одной цистерны к другой (см. рисунок вверху). Поскольку этот маршрут пролегает через неприятельскую территорию, машина и водитель сбрасываются на парашютах. Они приземляются у одной из цистерн, заправляются и начинают объезд. Бензобак машины растягивающийся: он может вместить любое количество горючего независимо от того, какой емкости цистерна ему встретится на пути.

Как ни странно, по мере того как машина продвигается по маршруту, горючее никогда не оказывается исчерпанным, прежде чем она достигнет следующего пункта заправки. Другими словами, полное количество горючего в цистернах таково, что его как раз достаточно, чтобы машина могла полностью объехать маршрут, не больше и не меньше. Это странно, потому что, как я уже говорил, выбор пунктов для расположения цистерн с горючим и его количество в каждой цистерне совершенно произвольны. Например, вполне может случиться так, что машина начнет путешествие от цистерны, не содержащей достаточного количества горючего для того, чтобы можно было добраться до другой ближайшей цистерны, и разведчик застрянет посреди пустыни. В чем тут секрет?

Наш разведчик пустыни знает об этих патрульных поездках противника и откровенно озадачен ими. О противнике известно, что он сумасшедший и необыкновенно удачливый. Младший по чину помощник нашего разведчика, который проводит бессонные ночи в своей палатке, решая различные головоломки, находит ответ. «По-видимому, сэр, дело в том, что независимо от того, куда сбрасываются цистерны и сколько горючего они содержат, всегда можно найти такой пункт, начав с которого противник сумеет пройти весь маршрут».

Предлагаю читателям самим поразмыслить и открыть секрет. Разумеется, речь идет об алгоритме. Требуется шаг за шагом описать процедуру, в результате выполнения которой можно найти по крайней мере один заправочный пункт, где машина может начать (и завершить) свою патрульную поездку. Алгоритм должен также указывать направление, в котором следует двигаться машине. Ошибка в направлении может привести к катастрофе. Лучшие ответы к этой задаче так же, как и к железнодорожным задачам, будут опубликованы в одном из ближайших номеров журнала.

В начале статьи я обещал дать ответ на задачу о двух поездах и пчеле. Интересные головоломки часто отличаются тем, что вводят в заблуждение решающего, в особенности когда задача имеет простое решение. Описывая бесконечный процесс, в котором пчела мечется между двумя поездами, я намеренно пытался запутать читателей. Чтобы решить задачу, необходимо лишь понять, что пчела находится в полете ровно столько времени, сколько требуется поездам для того, чтобы встретиться. Половину расстояния между Задаченском и Решенском они преодолевают ровно за час. Следовательно, пчела, скорость полета которой всегда равна 90 км/ч, пролетит 90 км.

С этой задачей связана одна легенда, за правдивость которой я, впрочем, не могу поручиться. Говорят, что в свое время кто-то задал эту задачку Джону фон Нейману, одному из величайших математиков нынешнего столетия. Он тотчас ответил: «Конечно, 90 километров».

«Я так и знал, — сказал спрашивающий его, — что вы найдете легкий способ».

«Какой легкий способ?» — сказал фон Нейман. Оказывается, он просуммировал в уме бесконечный ряд.

ОТКЛИКИ на статью в майском номере о машинках Брайтенберга были полны энтузиазма. В них было все — от практических предложений до философских обобщений. На-

помним, что машинки Брайтенберга — это чисто символические творения. Они представляют собой платформу с печатной платой, двумя передними и двумя задними колесами, набор сенсоров (обычно два глаза) впереди и два моторчика, вращающие задние колеса. Построенные даже на простейших электронных схемах, машинки демонстрируют удивительно разнообразное поведение. Есть и светолюбивые машинки, замирающие в молчаливом восторге перед светящимися шарами, есть и агрессивные, которые набрасываются на источники света, стремительно выезжая из окружающей тьмы.

Дж. Коппола из Шеррилла (шт. Нью-Йорк) утверждает, что приблизительно за 30 долл. можно построить настоящую машинку с фанерным корпусом, стандартными моторчиками и электронными компонентами. Машинку конструкции Копполы удобно модифицировать для исследования различных типов поведения. Любители конструировать могут сами сделать такие машинки с различным характером поведения и устроить соревнование своих детищ в каком-нибудь городском парке при свете ярких уличных фонарей.

Т. Напье из Дрешера (шт. Пенсильвания) напомнил мне о замысловатой машинке, сконструированной в 50-х годах У. Уолтером из Бристольского университета. Устройство это называлось черепахой. По словам Напье, «у него было одно ведущее колесо и два свободно вращающихся на неподвижной оси поддерживающих колесика. Управляющий моторчик поворачивал ведущее колесо и его движущий мотор вокруг вертикальной оси. И управляющий, и движущий моторы работали постоянно, но их можно было переключать на вдвое меньшее число оборотов при помощи двух реле. Эти реле управлялись схемой на двух электронных лампах, на входе которой был фотоэлемент, поворачивающийся вместе с ведущим колесом рулевым механизмом. Поскольку движущий и рулевой моторы имели лишь два состояния и никогда не выключались, черепаха двигалась к источнику света по циклоидной траектории».

Чтобы получить изменяющееся поведение у машинки Брайтенберга, я предложил схему, состоящую и четырех нейродов, простейших вычислительных элементов, являющихся абстрактными эквивалентами нейронов мозга. Ф. Палмер из Чикаго указал на то, что достаточно будет и двух нейродов. В его схеме проводник, несущий входной сигнал, разветвляется на две линии, каждая из которых подсоединяется к нейроду с порогом 1. При этом один из нейродов действует тормозящим образом на другой. Последний передает то, что остается от сигнала, в качестве выхода системы.

Р. Барух из Бэй-Сайда (шт. Нью-Йорк) сделал одно любопытное наблюдение. Он согласен с Брайтенбергом, что посторонние наблюдатели могут подумать, что даже такие простые машинки обладают способностью проявлять эмоции. Барух замечает, что, возможно, отношение к нашим собственным эмоциям можно объяснить аналогичным образом. Он пишет: «Может быть, человеческий мозг с его мириадами сложных обратных связей лишь иллюзорно рассматривает себя как нечто обладающее эмоциями и разумом в обычном понимании этого слова, хотя на самом деле за этими понятиями не скрывается ничего, кроме переключательных схем».

# Наука и общество

## *Успешная трансплантация*

ПО СООБЩЕНИЯМ мексиканских нейрохирургов, им впервые удалось вылечить болезнь Паркинсона путем пересадки ткани в мозг. В свое время эксперименты на молодых пациентах дали впечатляющие результаты, и сейчас этот подход испытывается в медицинских центрах США. Однако предстоит еще большая работа, так как необходимо доказать безопасность подобных операций, выяснить, сколь продолжительны их последствия и эффективны ли они для пожилых больных.

Болезнь Паркинсона развивается вследствие дегенерации нервных волокон, отходящих от участка мозга, называемого substantia nigra, к структуре, обеспечивающей двигательную активность — неостриатуму; эти волокна функционируют при участии нейромедиатора дофамина. Восемь лет назад в экспериментах на животных было показано, что пересадка ткани из substantia nigra эмбриона в неостриатум взрослой особи, больной паркинсонизмом, приводит к восстановлению соответствующих функций. Однако подобная трансплантация у человека связана с серьезными этическими проблемами. Существует альтернативный подход — пересадка в неостриатум ткани мозгового слоя надпочечников; он также разработан в опытах на животных. В 1985 г. группа шведских исследователей предприняла попытку лечить взрослых пациентов, страдающих болезнью Паркинсона, путем аутотрансплантации ткани надпочечника, но добиться существенного улучшения не удалось.

И. Мадрасо из Медицинского Центра «Ла Раса» и Р. Дрюкер-Колина из Национального независимого университета в Мехико с сотрудниками ввели в процедуру трансплантации небольшую, но, по-видимому, важную модификацию: они пересаживали ткань надпочечника в определенный участок поверхности неостриатума в полости желудочка мозга, где она омывается спинномозговой жидкостью, содержащей питательные вещества. Первые две такие операции были сделаны мужчинам 35 и 39 лет с тяжелой формой паркинсонизма. Состояние больных значительно улучшилось. Так, один из них до операции передвигался только в инвалидном кресле, а через 10 месяцев уже работал на ферме и играл в футбол.

К настоящему времени эти исследователи оперировали более 10 нетрудоспособных больных обоего пола в возрасте от 35 до 55 лет. По словам Дрюкер-Колина, во всех случаях эффект был столь же ярким, как и у первых пациентов (двое из них с тех пор умерли, однако, как он утверждает, причина смерти не имела отношения к операции).

Чем обусловлен эффект трансплантата? Хромаффинные клетки мозгового слоя надпочечников обычно секретируют адреналин, а не дофамин. Более того, маловероятно, что у пересаженных клеток могут отрастать волокна, образующие синаптические контакты с нейронами неостриатума. Но дофамин — это промежуточный продукт синтеза адреналина. Есть указания на то, что хромаффинные клетки надпочечников, пересаженные в мозг, могут выделять некоторое ко-